

立体几何一轮复习建议

数学刘俊华 王珍

高中数学核心素养

核心素养	行为表现
数学抽象	形成数学概念和规则
	形成数学命题与模型
	形成数学方法与思想
	形成数学结构与体系
逻辑推理	发现和提出命题
	掌握推理的基本形式
	探索和表述论证的过程
	构建命题体系
	交流探索
直观想象	利用图形描述数学问题
	利用图形理解数学问题
	利用图形探索 and 解决数学问题
	构建数学问题直观模型

核心素养	行为表现
数学建模	发现和提出问题
	建立模型
	求解模型
	检验结果和完善模型
	理解运算对象
数学运算	掌握运算法则
	探索运算思路
	设计运算程式
	数据获取
数据分析	数据分析
	知识构建

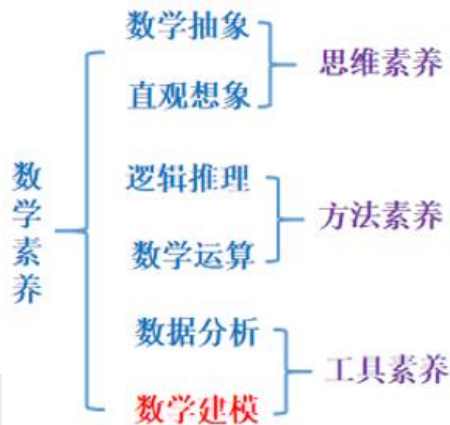
数学核心素养：本质上就是“三会”，是超越具体教学内容的教学目标

会用数学的眼光观察世界；
会用数学的思维分析世界；
会用数学的语言表达现实世界；

数学的眼光，本质就是**抽象**，抽象使得数学具有一般性；
数学的思维，本质就是**推理**，推理使得数学具有严谨性；
数学的语言，主要就是**模型**，模型使得数学应用具有广泛性；

数学抽象——让学生学会用数学的眼睛看；
逻辑推理——让学生学会用数学的思维想；
数学模型——让学生学会用数学的语言说。

既相对独立、又相互交融，是一个有机的整体





立体几何

考什么，怎么考，如何备考



一、《课程标准》解读

高中立体几何课程的核心内容（必备知识）：

认识空间图形

了解表面积与体积的计算方法

直观认识和理解空间点、线、面的位置关系

学会运用空间向量解决有关直线、平面位置关系问

题

学科核心价值（关键能力、学科素养）：

空间想象能力（直观想象） “想”

推理论证能力（逻辑推理、数学运算） “证、算”

课程具体内容及要求

2003版	2017版	备注
<p>几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科。</p> <p>人们通常采用直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算等方法认识和探索几何图形与空间性质。三维空间是人类生存的现实空间，认识空间图形，培养和发展学生的几何直觉、运用图形语言进行交流的能力、空间想象能力与一定的推理论证能力是高中阶段数学必修课程的一个基本要求。</p> <p>在空间几何初步部分，学生将先从对空间几何体的整体观察入手，认识空间图形；再以长方体等为载体，直观认识和理解空间点、线、面的位置关系；最后对有关平行、垂直的性质与判定用数学语言进行严格的表述，并对某些结论进行论证。学生还将了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法。</p>	<p>立体几何研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系。</p> <p>本单元的学习，可以帮助学生以长方体为载体，认识和理解空间点、直线、平面的位置关系；</p> <p>用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定，并对某些结论进行论证；</p> <p>了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法；</p> <p>运用直观感知、操作确认、推理论证、度量计算等认识和探索空间图形的性质，建立空间观念。</p>	<p>有些差异</p>

(1) 空间几何体

①利用实物模型、计算机软件观察大量立体图形，认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描绘现实生活中简单物体的结构。

②能画出简单立体图形（长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合）的视图，并用材料将上述的视图复原为立体模型，并会用斜二侧法画出它们的直观图。

③通过观察用平行投影与中心投影这两种方法画出的视图与直观图，了解立体图形的不同表示形式。

④完成实习作业，如画出校舍某些建筑的视图与直观图（在不影响图形特征的基础上，尺寸、线条等不作严格要求）。

⑤了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式（不要求记忆公式）。

(1) 基本立体图形

①利用实物、计算机软件等观察空间图形，认识柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征，能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构。

②知道球、棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积的计算公式，能用公式解决简单的实际问题。

③能用斜二测法画出简单空间图形（长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱及其简单组合）的直观图。

一删
一增

1.删去三视图、平行投影

2.表面积与体积的计算公式，要求提高

“知道”，即记忆。

(2) 点、线、面之间的位置关系

① 借助长方体模型，在**直观认识和理解**空间点、线、面的位置关系的基础上，抽象出空间线、面位置关系的定义，并了解如下公理。

公理1：如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

公理2：过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。

公理3：如果两个平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

公理4：平行于同一条直线的两条直线平行。

定理：空间中如果两个角的两条边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

(2) 基本图形位置关系

① 借助长方体，在**直观认识**空间点、直线、平面的位置关系的基础上，抽象出空间点、直线、平面的位置关系的定义，了解以下基本事实（基本事实1~4也称公理）和定理。

基本事实1：过不在一条直线上的三个点，有且只有一个平面

基本事实2：如果一条直线上的两个点在一个平面内，那么这条直线在这个平面内。

基本事实3：如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线

基本事实4：平行于同一条直线的两条直线平行。

定理：如果空间中两个角的两条边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

调整顺序

公理2→
基本事实1

公理1→
基本事实2

先研究确定平面的依据，再研究判定直线在平面的依据

②以空间几何的上述定义和公理为出发点，通过直观感知、操作确认、思辨论证，认识和理解空间中线面平行、垂直的有关性质与判定。通过直观感知、操作确认，**归纳**出以下**判定定理**：

◆平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。

◆一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。

◆一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直，则该直线与此平面垂直。

◆一个平面过另一个平面的垂线，则两个平面垂直。

②从上述定义和基本事实出发**借助长方体**，通过直观感知，了解空间中直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行和垂直的关系，**归纳**出以下**性质定理**，并加以**证明**。

◆一条直线与一个平面平行，如果过该直线的平面与此平面相交，那么该直线与交线平行。

◆两个平面平行，若果另一个平面与这两个平面相交，那么两条交线平行。

◆垂直于同一个平面的两条直线平行。

◆两个平面垂直，如果一个平面内有一条直线垂直于这两个平面的交线，那么这条直线与另一个平面垂直。

调整顺序
先判定，
后性质，
→先性质，
后判定

（体现
直观感知、
整体到局部）

通过直观感知、操作确认
归纳出以下**性质**定理，并加以**证明**：

◆一条直线与一个平面平行，则过该直线的任一个平面与此平面的交线与该直线平行。

◆两个平面平行，则任意一个平面与这两个平面相交所得的交线相互平行。

◆垂直于同一个平面的两条直线平行。

◆两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

③从上述定义和基本事实出发，**借助长方体**，通过直观感知，了解空间中直线与直线、直线与平面、平面与平面的平行和垂直的关系，**归纳**出以下**判定**定理，并加以**证明**

◆若果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，那么该直线与此平面平行。

◆如果一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，那么这两个平面平行。

◆如果一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直，那么该直线与此平面垂直。

◆如果一个平面过另一个平面的垂线，那么这两个平面垂直。

提高
要求

判定
定理
也要
证明

<p>③能运用已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题。</p>	<p>④能用已获得的结论证明空间基本图形位置关系的简单命题。</p>	<p>无变化</p>
	<p>(3) *几何学的发展 收集、阅读几何发展的历史资料，撰写小论文，论述几何发展的过程、重要结果主要人物、关键事件及其对人类文明的贡献。</p>	<p>增加内容</p>

(必修2)

(3) 空间直角坐标系

①通过具体情境，感受建立空间直角坐标系的必要性，了解空间直角坐标系，会用空间直角坐标系刻画点的位置。

②通过表示特殊长方体（所有棱分别与坐标轴平行）顶点的坐标，探索并得出空间两点间的距离公式。

空间向量与立体几何（选择性必修）

(1) 空间直角坐标系

①在平面直角坐标系的基础上，了解空间直角坐标系，感受建立空间直角坐标系的必要性，会用空间直角坐标系刻画点的位置。

②借助特殊长方体（所有棱分别与坐标轴平行）顶点的坐标，探索并得出空间两点间的距离公式。

无变化

空间向量与立体几何选修2-1

(1) 空间向量及其运算

①**经历**向量及其运算由平面向量到空间推广的过程。

②了解空间向量的概念，了解空间向量的基本定理及其意义，能将空间向量表示为坐标轴上单位向量的线性组合，掌握空间向量的坐标表示。

③掌握空间向量的线性运算及其坐标表示。

④掌握空间向量的数量积及其坐标表示，能运用向量的数量积判断向量的共线与垂直

(2) 空间向量及其运算

①**经历**由平面向量推广到空间向量的过程，了解空间向量的概念。

②**经历**由平面向量的**运算及其法则**推广到空间向量的过程。

(3) 向量基本定理及坐标表示

①了解空间向量基本定理及其意义，**掌握**空间向量的正交分解及其坐标表示。

②掌握空间向量的线性运算及其坐标表示。

③掌握空间向量的数量积及其坐标表示。

④**了解**空间向量投影的概念以及投影向量的意义（参见案例9）

提高要求

1. 一个“经历”
→ 两个“经历”
2. 掌握正交分解
3. 了解空间向量投影

(2) 空间向量的应用

①理解直线的方向向量与平面的法向量。

②能用向量语言表述线线、线面、面面的垂直、平行关系。

③能用向量方法证明有关线面位置关系的**一些定理**（包括三垂线定理）。

（参看例1、例2、例3）

④能用向量方法解决线线、线面、面面的**夹角**的计算问题，体会向量方法在研究几何问题中的作用。

(4) 空间向量的应用

①**能用向量语言描述直线和平面**，理解直线的方向向量与平面的法向量。

②能用向量语言表述直线与直线、直线与平面、平面与平面的**夹角**以及垂直与平行关系。

③能用向量方法证明必修内容中有关直线、平面位置关系的**判定定理**。

④能用向量方法解决点到直线、点到平面、相互平行的直线、相互平行的平面的**距离**问题（参见案例16）和简单**夹角**问题，并能**描述解决这一类问题的程序**，体会向量方法在研究几何问题中的作用。

提高
要求

有向量
法解决
“距离”
问题

二、近几年高考立体几何考查内容

2020--2022年新高考立体几何考点分布

年份	题号	知识考查		能力素养要求
2023年 (新高考 I)	12 (中)	正方体	正方体的性质、内 (外) 置几何体	数学建模、直观想象
	14 (易)	棱台体积	作图、棱台体积公式	直观想象
	18 (中)	正四棱柱	平行关系的证明、已知二面角求参	逻辑推理、数学运算
2022年 (新高考 I)	4 (易)	棱台	画直观图、体积	数学建模、数学运算
	8 (中)	正四棱锥外接球	体积	数学抽象、数学运算
	9 (中)	正方体	画直观图、线线角、线面角	逻辑推理、直观想象
	19 (难)	直三棱柱	体积、二面角	数学运算、逻辑推理

2020--2022年新高考立体几何考点分布

年份	题号	知识考查		能力素养要求
2021年 (新高考 I)	3 (易)	圆锥侧面展开图	概念、公式记忆	数学运算、
	12 (难)	正三棱柱动点问题	画直观图、动点轨迹、平行垂直判定、锥体体积	直观想象、数学运算
	20 (中)	三棱锥	垂直关系证明、已知二面角求体积	逻辑推理、数学运算
2020年 (新高考 I)	4 (中)	球 (日晷)	作图、球的性质、平行垂直的性质	数学建模、直观想象
	16 (中)	直四棱柱轨迹问题	画直观图、球的性质、扇形弧长公式	直观想象
	20 (中)	四棱锥	平行垂直关系的证明、二面角最值	逻辑推理、数学运算

2020--2023年新高考立体几何考点分布

年份	题号	知识考查		能力素养要求
2022年 (新高考II)	7 (中)	正三棱台外接球	画直观图、球的体积	直观想象、数学运算
	11 (易)	组合体	三棱锥体积	数学运算
	20 (中)	三棱锥	线面平行证明、求二面角正弦值	逻辑推理, 数学运算
2021年 (新高考II)	4 (易)	球 (卫星)	球的表面积	数学运算
	5 (易)	棱台的体积	概念、公式记忆	
	10 (易)	正方体	线线垂直判定	
	19 (中)	四棱锥	面面垂直的证明、求二面角余弦值	逻辑推理, 数学运算

2020--2022年全国卷 I 立体几何考点分布

年份	题号	知识考查		能力素养要求
2022年 (全国乙)	7 (中)	正方体	面面平行、面面垂直、空间向量	画直观图、逻辑推理
	9 (易)	球、内接四棱锥	四棱锥体积	画直观图、数学运算
	18 (中)	四棱锥	面面垂直、求二面角的正弦值	逻辑推理、数学运算
2021年 (全国乙)	5 (易)	正方体	画直观图、求异面直线夹角	直观想象
	18 (中)	四棱锥	已知垂直求线段、求二面角正弦值	逻辑推理, 数学运算
2020年 (全国I)	3 (易)	正四棱锥 (金字塔)	正四棱锥性质	直观想象
	10 (易)	球	球的性质	直观想象
	18 (中)	圆锥、三棱锥	线面垂直证明、求二面角余弦值	逻辑推理, 数学运算

2020--2022年全国卷II立体几何考点分布

年份	题号	知识考查		能力素养要求
2022年 (全国 II)	4 (易)	四棱柱	三视图、体积	画直观图、逻辑推理
	7 (中)	长方体	夹角	直观想象、数学运算
	9 (中)	圆锥	体积	逻辑推理、数学运算
	18	四棱锥	垂直 线面角夹角	逻辑推理、数学运算
2021年 (全国 II)	6 (易)	正方体	三视图	直观想象
	11 (中)	三棱锥	外接球 体积	逻辑推理, 数学运算
	19	三棱柱	垂直、二面角	逻辑推理, 数学运算
2020年 (全国 II)	7 (易)	多面体	三视图	直观想象
	10 (中)	球	点面距	直观想象
	16 (中)	线面	线面关系	直观想象 逻辑推理
	20 (中)	三棱柱	平行、垂直、二面角	逻辑推理, 数学运算

卷别		题号	考点	题量	分值	备注
2019全国1卷	理科	(12)	外接球(体积)	一小一大	5+12	直四棱柱 二面角正弦值
		(18)	线面平行; 二面角计算			
	文科	(16)	求点面距	一小一大	5+12	直四棱柱
		(19)	线面平行; 求点面距			
2019全国2卷	理科	(7)	面面平行(充要条件)	两小一大	5+5+12	两个空 长方体 二面角正弦值
		(16)	半正多面体(数学文化)			
		(17)	线面垂直; 二面角计算			
	文科	(7)	同理(7)	两小一大	5+5+12	长方体
		(16)	同理(16)			
		(17)	线面垂直; 体积			
2019全国3卷	理科	(8)	异面直线, 两点间距离 计算	两小一大	5+5+12	图形翻折(斜三棱柱)
		(16)	体积(实际应用)			
		(19)	证明四点共面+面面垂直 二面角计算			
	文科	(8)	同理(8)	两小一大	5+5+12	图形翻折(斜三棱柱)
		(16)	同理(16)			
		(19)	证明四点共面+面面垂直 求面积			

新人教A版 必修二 P160页 例10

①回归课本 追根溯源

强化鳖臑、侧棱垂直（直角三棱锥）、对棱相等（等腰四面体）等特殊的三棱锥模型

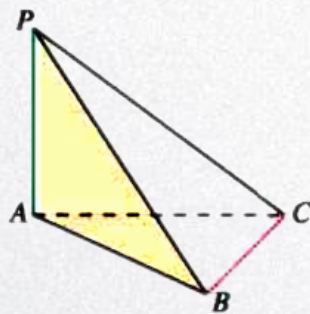


图 8.6-33

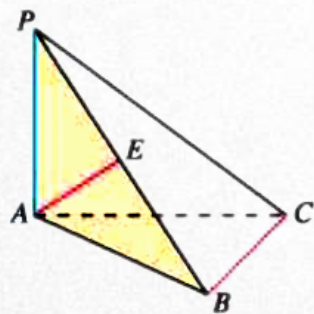


图 8.6-34

证明：如图 8.6-34，过点 A 作 $AE \perp PB$ ，垂足为 E.

- \because 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC ，平面 $PAB \cap$ 平面 $PBC = PB$ ，
- $\therefore AE \perp$ 平面 PBC ．
- $\because BC \subset$ 平面 PBC ，
- $\therefore AE \perp BC$ ．
- $\because PA \perp$ 平面 ABC ， $BC \subset$ 平面 ABC ，
- $\therefore PA \perp BC$ ．
- 又 $PA \cap AE = A$ ，
- $\therefore BC \perp$ 平面 PAB ．

三、专题知识体系构建与总体构想

立体几何

空间几何体

结构

柱、锥、台、球的结构特征

简单组合体的结构特征

直观图（斜二侧画法）

表（侧）面积
体积

空间点、直
线、平面的
位置关系

点与线、面

线与线、面

面与面

平行关系的相互转化

垂直关系的相互转化

线线
平行

线面
平行

面面
平行

线线
垂直

线面
垂直

面面
垂直

空间的角

异面直线所成的角

直线与平面所成的角

二面角

空间的距离

点到平面的距离

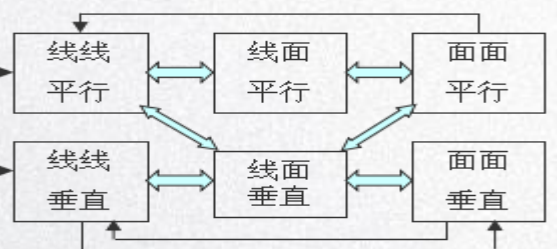
直线与平面所成的距离

平行平面之间的距离

空间向量与立体几何

空间向量及其运算

立体几何中的向量方法



新高考I卷分析及预测

立体几何的命题基本处于稳定状态。



2小, 1大, 22分.

主要考查点、线、面的位置关系的基本概念和基本性质.

高考中的立体几何解答题一般设置为“一证一算”的两问。



柱、锥、台从表面积到体积, 从内置几何体到外置几何体, 对于平面几何的知识也要格外重视。

全国I卷中立体几何小2道, 第二道往往有一定的难度; 解答题一般设置为“一证一算”的两问, 基本位于第二个解答题位置, 考查基本的推理运算, 难度不大。复习建议: ①强化识图能力; ②强化通性通法; ③强化微专题研究。